

Analysis III ¹

WS 2006/2007 — Blatt 9

Abgabe: **9.01.07, vor der Vorlesung**

Aufgabe 1

Gegeben eine von Null verschiedene Banach-Algebra $A \neq 0$ gilt stets $\|1\| = 1$.

Aufgabe 2

Gegeben ein selbstadjungierter Operator auf einem von Null verschiedenen Hilbertraum gehört seine Norm oder ihr Negatives zum Spektrum unseres Operators.

Aufgabe 3

Gegeben eine beschränkte stetige Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ und $p \in [1, \infty)$ bestimme man das Spektrum des durch Multiplikation mit f erklärten Operators auf $L^p(\mathbb{R}; |dx|)$. Was ist die Norm dieses Operators?

Aufgabe 4

Gegeben ein kommutatives Diagramm von Hilberträumen und stetigen linearen Abbildungen

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{H} & \xrightarrow{T} & \mathcal{H} \\ A \downarrow & & \downarrow A \\ \mathcal{H}' & \xrightarrow{T'} & \mathcal{H}' \end{array}$$

mit T, T' selbstadjungiert kommutiert für jede stetige Abbildung $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ auch das entsprechende Diagramm mit $f(T), f(T')$ an der Stelle von T, T' . In Formeln folgt aus $AT = T'A$ also $Af(T) = f(T')A$ für jede stetige Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

¹Internetseite der Vorlesung: <http://home.mathematik.uni-freiburg.de/soergel/AnaIII/Hauptseite.html>