Mathematisches Institut der Universität Freiburg 06.02.07
Prof. Dr. W. Soergel

# Analysis III [1]

WS 2006/2007 — Probeklausur

### Aufgabe 1

Man bestimme alle maximalen Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = (1+x^2)(1+y^2)$$

### Aufgabe 2

Man transformiere das in Polarkoordinaten gegebene Vektorfeld $r^2\partial_\vartheta$ auf kartesische Koordinaten.

### Aufgabe 3

Man zeige, daß jede abstandserhaltende lineare Abbildung von einem Hilbertraum in einen weiteren Hilbertraum abgeschlossenes Bild hat.

### Aufgabe 4

Man berechne die Fourierentwicklung der Rechtecksschwingung

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \le x < \pi; \\ 1 & \pi \le x < 2\pi. \end{cases}$$

### Aufgabe 5

Man bestimme die Fouriertransformierte der Funktion $f(x) = \max(1-x^2, 0)$.

### Aufgabe 6

Man zeige, daß die Fouriertransformation zwischen Schwartzräumen nicht stetig ist in Bezug auf die $L^1$-Normen auf beiden Räumen.

### Aufgabe 7

Man bestimme die adjungierte Abbildung zur Verschiebung um Eins $\tau : L^2(\mathbb{Z}) \to L^2(\mathbb{Z})$ gegeben durch $(\tau f)(n) = f(n-1)$. Hier sei $\mathbb{Z}$ mit dem Zählmaß versehen.

### Aufgabe 8

Gegeben ein Operator $A$ auf einem Hilbertraum mit adjungiertem Operator $A^*$ gilt für das Spektrum ihrer Verknüpfung stets $\sigma(AA^*) \subset [0, \infty)$.

[1] Internetseite der Vorlesung: http://home.mathematik.uni-freiburg.de/soergel/AnaIII/Hauptseite.html