

Corrections for W. Soergel: n -Cohomology of simple highest weight modules on walls and purity, *Inventiones* 98, 565-580 (1989)

1. Lemma 6 on page 575 of this article seems to be wrong, the equivalence constructed in it's proof doesn't have the effect on parameters claimed. However, this has no serious consequences on the main results, since the Kazhdan-Lusztig polynomials don't change upon replacing the parametrizing Weyl group elements by their inverses. Genauer hat Catharina Stropfel mich darauf aufmerksam gemacht, daß es bereits für $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(3, \mathbb{C})$ keine Äquivalenz von Kategorien $\mathcal{O}_0 \xrightarrow{\sim} \mathcal{O}_0$ gibt mit $L(x \cdot 0) \mapsto L(x^{-1} \cdot 0)$. Um das zu sehen zeigen wir, daß auf den projektiven Decken jede Verknüpfung $P(s \cdot 0) \rightarrow P(st \cdot 0) \rightarrow P(s \cdot 0)$ die Nullabbildung ist, nicht jedoch jede Verknüpfung $P(s \cdot 0) \rightarrow P(ts \cdot 0) \rightarrow P(s \cdot 0)$. Der Raum $\text{Hom}(P(s \cdot 0), P(st \cdot 0))$ ist frei über dem Ring $\text{End}(P(s \cdot 0))$ vom Rang eins und jede Injektion ist eine Basis. Dasselbe gilt für die anderen Hom-Räume. Gehen wir zum Bild der S -Bimoduln über, so entsprechen die Deformationen unserer projektiven Objekte in der Sprache meiner Bimodul-Arbeit den S -Bimoduln

$$\text{Gr}(\leq s), \text{Gr}(\leq st) \text{ und } \text{Gr}(\leq ts)$$

und unsere Morphismen werden zu

$$\text{Gr}(\leq s) \xrightarrow{\gamma} \text{Gr}(\leq st) \rightarrow \text{Gr}(\leq s)$$

für γ eine Gleichung der Hyperebene $\text{Gr}(st) + \text{Gr}(t)$. Die Frage ist nun, ob die Multiplikation mit γ die Nullabbildung auf $\text{Gr}(\leq s) \otimes_S \mathbb{C}$ bzw. auf $\mathbb{C} \otimes_S \text{Gr}(\leq s)$ induziert. Das tut sie nun genau dann, wenn die Restriktion von γ auf $\text{Gr}(s) + \text{Gr}(e)$ übereinstimmt mit der Restriktion einer Linearform aus $0 \times \mathfrak{h}^*$ bzw. $\mathfrak{h}^* \times 0$ auf $\text{Gr}(s) = \text{Gr}(e)$. Das hinwiederum bedeutet, daß wir die Projektionen von $(\text{Gr}((st) + \text{Gr}(t)) \cap (\text{Gr}(s) + \text{Gr}(e)))$ auf V untersuchen müssen und sehen, ob dieser Schnitt surjektiv auf V geht oder nicht unter den beiden Projektionen $V \times V \rightarrow V$. Da jedoch unser Schnitt zweidimensional ist und die Bilder von V^t unter der Diagonale (id, id) und der Abbildung (s, id) enthält, muß er bereits von diesen Bildern aufgespannt werden. Die Projektion unseres Schnitts auf die erste V -Komponente ist also ganz V , wohingegen die Projektion auf die zweite V -Komponente nur V^t ist.