

Seminar  
„Topologie: Singuläre Homologie“  
Wintersemester 2022/23

Wolfgang Soergel

13. Dezember 2022

**Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Regeln und Ziele</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Vortragsplanung</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Themen</b>	<b>4</b>

# 1 Regeln und Ziele

Dieses Seminar ist als Einführung in die Homologietheorie gedacht. Wichtig sind Grundkenntnisse in mengentheoretischer Topologie und Kategorientheorie, wie sie etwa in der Vorlesung Topologie vermittelt werden. Kenntnisse über die Fundamentalgruppe oder Überlagerungstheorie sind nicht nötig. Dahingegen werden Quotienten abelscher Gruppen oft vorkommen.

In diesem Seminar sollen Sie an der Tafel frei vortragen. Frei heißt, ohne irgendetwas in der Hand außer einem Stück Kreide. Sie dürfen Notizen mitbringen, aber die müssen auf dem Tisch neben der Tafel liegenbleiben. Overhead oder Beamer sind nicht zugelassen. Mir ist bewußt, daß diese Hilfsmittel didaktisch sinnvoll sein können, aber die Erfahrung zeigt, daß die Gefahr eines Mißbrauchs die Vorteile überwiegt. Ihr Vortrag soll auf 80 Minuten angelegt sein. Wenn es dann an der Tafel etwas mehr wird, macht nichts. Man darf die Zuhörer keinesfalls hetzen, auch nicht selbst den Eindruck vermitteln, man sei eilig. Wir wollen alle zusammen ganz gemütlich versuchen, etwas zu verstehen, und wenn es etwas weniger ist als eigentlich vorgegeben war, macht das nix. Das ist viel besser, als irgendwie mit dem Stoff durchzukommen, aber dabei keine Information auf die Zuhörer zu übertragen.

Wenn Sie gerade nicht selber vortragen, was ja an den meisten Terminen so sein wird, haben Sie dennoch eine wichtige Funktion: Durch Ihre Fragen dem Vortragenden „Rückmeldung“ zu geben. Bereits auf Schreibfehler aufmerksam zu machen ist ein Gebot der Höflichkeit, und wenn gar nicht gefragt wird, werde ich vermuten, daß der Vortrag eher weniger erfolgreich war, indem noch nicht einmal soviel Verständnis erzeugt wurde, daß sinnvolle Fragen möglich waren.

## 2 Vortragsplanung

Dienstags 10:15 in SR404, Ernst-Zermelo-Straße 1

Name	Thema	Datum
Wolfgang Soergel	Simpliziale Homologie	18.10
Dominik Trost	Singuläre Homologie	25.10
	Funktorialität und Homotopieinvarianz	8.11
Paul Schuh	Homologie und Fundamentalgruppe	15.11
Xinrui You	Homologie von offenen Teilmengen der Ebene	22.11
Dominik Trost	Relative Homologie	29.11
Paul Schuh	Ausschneidung I	6.12
Wolfgang Soergel	Ausschneidung II	13.12
Leonardo Patimo	Einbettungen von Sphären in Sphären	20.12
Xinrui You	Singuläre Homologie von Simplizialkomplexen I	10.1
WS?	Singuläre Homologie von Simplizialkomplexen II	17.1
	Fixpunktsätze und simpliziale Approximation	24.1
	Homologie endlicher Zellkomplexe und zelluläre Homologie	7.2

### 3 Themen

Hier kommt eine Liste mit Vorschlägen für Themen. Sie mögen auch eigene Themen vorschlagen oder bei der Vorbereitung merken, daß das so nicht paßt. Sie seien auch sehr ermutigt, weitere Quellen zu suchen, und ich kann dabei gerne behilflich sein. Dann gucken wir, was zu machen ist.

1. Simpliziale Homologie.
2. Singuläre Homologie.
3. Funktorialität und Homotopieinvarianz, nur erster Beweis.
4. Homologie und Fundamentalgruppe. (Nicht unabdingbar)
5. Homologie von offenen Teilmengen der Ebene. (Nicht unabdingbar)
6. Relative Homologie und lange exakte Homologiesequenz.
7. Ausschneidung und Anwendungen, Beginn des Beweises: Hier sollen die Varianten des Yoneda-Lemmas [?] 3.1.4.5 und [?] 3.1.4.6 und auch das ursprüngliche Yoneda-Lemma besprochen werden, die dann beim eigentlichen Beweis im folgenden Vortrag verwendet werden.
8. Ausschneidung: Beweis und Mayer-Vietoris-Sequenz.
9. Singuläre Homologie von Simplizialkomplexen, erster Teil bis 3.1.8 einschließlich. Vielleicht auch Übergabe an folgenden Vortrag an anderer Stelle. Die Vortragenden sollten sich absprechen.
10. Singuläre Homologie von Simplizialkomplexen, zweiter Teil 3.1.9 bis Ende.
11. Fixpunktsätze und simpliziale Approximation. (Nicht unabdingbar)
12. Einbettungen von Sphären in Sphären.
13. Homologie endlicher Zellkomplexe und zelluläre Homologie.
14. Orientierung von Mannigfaltigkeiten mit dem vorhergehenden Abschnitt zu Homologie und Orientierung.
15. Hohe Homologie von Mannigfaltigkeiten, ohne Abbildungsgrad.