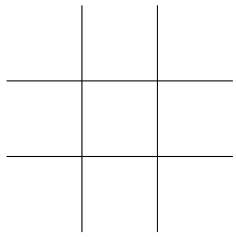
Algebra und Zahlentheorie
WS 2019/20 — Ubungsblatt 2

Ausgabe 07.11.19, **Abgabe** 14.11.19

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:
`http://home.mathematik.uni-freiburg.de/soergel/ws19az.html`

Aufgabe 2.1: Die Symmetriegruppe eines Quadrats (auch bekannt als Diedergruppe D_4 oder Bierdeckelgruppe) operiert auf der Menge M der 9 Felder eines Tic-Tac-Toe Spiels.



Bestimmen Sie die Bahnen dieser Gruppenoperation und aus jeder Bahn eine Standgruppe. Überprüfen explizit Sie für jede Bahn die Bahnformel.

(4 Punkte)

Aufgabe 2.2: Man bestimme Kompositionsreihen für die Diedergruppen D_n für jede $n \geq 2$.

(4 Punkte)

Aufgabe 2.3: Sei p ein Primzahl, $n \in \mathbb{N}$ und betrachten Sie die Operation von $GL_n(\mathbb{F}_p)$ auf $V = \mathbb{F}_p^n$ durch Matrizenmultipikation.

1. Bestimmen Sie die Bahnen in V und für jede Bahn eine Standgruppe.
2. Benutzen die Bahnformel um zu beweisen:
$$|GL_n(\mathbb{F}_p)| = (p^n - 1)(p^n - p) \cdots (p^n - p^{n-1})$$

(4 Punkte)

Aufgabe 2.4: Sei H eine echte Untergruppe einer endlichen Gruppe G. Zeigen Sie, dass G nicht die Vereinigung der Konjugate von H ist, in Formeln
$$G \neq \bigcup_{g \in G} gHg^{-1}$$
Hinweis: Wie viele Element hat gHg^{-1}? Und wie viele verschiedene konjugierte Gruppen kann H haben?

(4 Punkte)