

# Algebra und Zahlentheorie

## WS 2019/20 — Übungsblatt 3

Ausgabe 14.11.19, Abgabe 21.11.19

Informationen zur Vorlesung finden Sie unter:

<http://home.mathematik.uni-freiburg.de/soergel/ws19az.html>

---

**Aufgabe 3.1:** Bestimmen Sie eine 5-Sylow Untergruppe der Gruppe  $\mathcal{A}_5$  aller geraden Permutationen von 5 Elementen und berechnen Sie die Anzahl der 5-Sylows.

Welchen Untergruppen der Symmetriegruppe eines Ikosaeders entsprechen die 5-Sylows?

(4 Punkte)

**Aufgabe 3.2:** Sei  $X$  eine Menge und  $f : X \rightarrow X$  eine Abbildung. Zeigen Sie  $(f^a)^b = f^{ab}$  für alle  $a, b \in \mathbb{N}$ .

Hinweis: Man zeige zuerst  $aS(b) = ab + a$  für alle  $a, b \in \mathbb{N}$  und verwende dann Induktion über  $b$ .

(4 Punkte)

**Aufgabe 3.3:** Zeigen Sie, daß es bis auf Isomorphismus genau zwei Gruppen der Ordnung 14 gibt.

Hinweis: Man erinnere die Argumentation im Fall  $|G| = 6$  und interessiere sich für die Anzahl der 2-Sylows.

(4 Punkte)

**Aufgabe 3.4:** Seien  $p, q$  Primzahlen mit  $p < q$  und  $p$  nicht Teiler von  $q - 1$ . Sei  $G$  eine Gruppe der Ordnung  $pq$ . Zeigen Sie, dass  $G$  zyklisch ist.

(4 Punkte)