Prof. Amador Martin-Pizarro
Übungen: Dr. Nadja Hempel

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Wintersemester 2020/2021

Logik für Studierende der Informatik

Blatt 1

Abgabe: 18.11.2020, 14 Uhr

Aufgabe 1 (6 Punkte).

Gib (ohne Wahrheitstafeln zu benutzen) aussagenlogische Formeln sowohl in KNF als auch in DNF an, welche logisch äquivalent zu den folgenden aussagenlogischen Formeln sind.

(a) $\big((P \wedge Q) \longrightarrow (R \longrightarrow Q)\big)$

(b) $\big((P \longrightarrow Q) \longrightarrow \neg(P \longrightarrow R)\big)$

Aufgabe 2 (3 Punkte).

Sind die Aussagen $\neg\big(P \longrightarrow (Q \vee R)\big)$ und $\big(\neg P \longrightarrow (Q \longrightarrow R)\big)$ logisch äquivalent? (Ohne Wahrheitstafeln zu benutzen!)

Aufgabe 3 (5 Punkte).

Entscheide mit Hilfe der Tableau Methode, ob folgende Aussagen Tautologien sind.

(a) $(\neg(P \longrightarrow Q) \longrightarrow (Q \vee P))$

(b) $\big(((P \longrightarrow R) \longrightarrow (R \longrightarrow Q)) \longrightarrow (P \longrightarrow Q)\big)$

(c) $\big(((P \wedge Q) \longrightarrow (R \vee S)) \longrightarrow ((P \vee Q) \longrightarrow (R \wedge S))\big)$

(d) $\big((P \longrightarrow (Q \wedge R)) \longrightarrow ((P \vee Q) \longrightarrow R)\big)$

(e) $\big((P \longrightarrow (P \longrightarrow \neg P)) \longrightarrow \neg P\big)$

Aufgabe 4 (6 Punkte).

Die Sprache $\mathcal{L} = \{f\}$ besteht aus einem einstelliges Funktionszeichen f. Betrachte die $\mathcal{L}$-Strukturen $\mathcal{Z}_1$ und $\mathcal{Z}_2$ mit Universum $\mathbb{Z}$ und Interpretationen

$$f^{\mathcal{Z}_1} : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad x \mapsto x+1 \qquad \text{und} \qquad f^{\mathcal{Z}_2} : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad x \mapsto \begin{cases} x+3, & \text{falls } x \text{ ungerade ist} \\ x-1, & \text{falls } x \text{ gerade ist} \end{cases}$$

(a) Zeige, dass $\mathcal{Z}_1$ und $\mathcal{Z}_2$ isomorphe $\mathcal{L}$-Strukturen sind.

(b) Wir betrachten nun die Sprache $\mathcal{L}' = \mathcal{L} \cup \{<\}$, wobei $<$ ein zweistelliges Relationszeichen ist, und erweitern die obigen Strukturen zu $\mathcal{L}'$-Strukturen $\mathcal{Z}_1'$ und $\mathcal{Z}_2'$, indem wir $<^{\mathcal{Z}_1'}$ und $<^{\mathcal{Z}_2'}$ als die kanonische lineare Ordnung auf der Menge $\mathbb{Z}$ interpretieren.

Sind $\mathcal{Z}_1'$ und $\mathcal{Z}_2'$ isomorph als $\mathcal{L}'$-Strukturen?

Die Übungsblätter können zu zweit eingereicht werden. Abgabe der Übungsblätter erfolgt auf der Lernplattform ILIAS.