

# Übungsblatt 3

## Analysis II

R. Wallisser / Th. Nopper

**Aufgabe 9:** Berechnen Sie die folgenden Integrale:

1.  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{1+5x}} dx$

2.  $\int \frac{e^{5x}+2}{e^x+1} dx$

3.  $\int (3x^2 - 1)(2x + 3)^{10} dx$

4.  $\int_0^{2\pi} \sin(nx) \cdot \cos(mx) dx$ , wobei  $n, m \in \mathbb{N}$ .

**Aufgabe 10:**

1. Seien  $f, g$  differenzierbar in  $\mathbb{R}$  und  $h$  stetig in  $\mathbb{R}$ . Zeigen Sie, daß

$$F(x) := \int_{f(x)}^{g(x)} h(t) dt$$

in  $\mathbb{R}$  differenzierbar ist und berechnen Sie die Ableitung.

2. Berechnen Sie die Ableitung von  $F(x) := \int_a^{x^3} \sin^3 t dt$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe 11:** Sei  $f \in C[0, \infty)$  und  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ . Zeigen Sie

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = a.$$

**Aufgabe 12:**

1. Sei  $f \in C[a, b]$  und  $g$  auf  $[a, b]$  monoton. Zeigen Sie, daß es ein  $\xi \in [a, b]$  gibt mit

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = g(a) \int_a^\xi f(x) dx + g(b) \int_\xi^b f(x) dx.$$

2. Ist die Monotonie von  $g$  wesentlich?

3. Zeigen Sie:

$$0 \leq \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^5 x}{\sqrt{1+x^3}} dx \leq \frac{\pi}{4}.$$

**Abgabetermin:** Donnerstag, 17. Mai vor der Vorlesung. Bitte geben Sie stets die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.