

Übungsblatt 3

Analysis II

R. Wallisser / Th. Nopper

Aufgabe 9: Berechnen Sie die folgenden Integrale:

1. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{1+5x}} dx$
2. $\int \frac{e^{5x}+2}{e^x+1} dx$
3. $\int (3x^2 - 1)(2x + 3)^{10} dx$
4. $\int_0^{2\pi} \sin(nx) \cdot \cos(mx) dx$, wobei $n, m \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 10:

1. Seien f, g differenzierbar in \mathbb{R} und h stetig in \mathbb{R} . Zeigen Sie, daß

$$F(x) := \int_{f(x)}^{g(x)} h(t) dt$$

in \mathbb{R} differenzierbar ist und berechnen Sie die Ableitung.

2. Berechnen Sie die Ableitung von $F(x) := \int_a^{x^3} \sin^3 t dt$, $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 11: Sei $f \in C[0, \infty)$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$. Zeigen Sie

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = a.$$

Aufgabe 12:

1. Sei $f \in C[a, b]$ und g auf $[a, b]$ monoton. Zeigen Sie, daß es ein $\xi \in [a, b]$ gibt mit

$$\int_a^b f(x)g(x) dx = g(a) \int_a^\xi f(x) dx + g(b) \int_\xi^b f(x) dx.$$

2. Ist die Monotonie von g wesentlich?
3. Zeigen Sie:

$$0 \leq \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^5 x}{\sqrt{1+x^3}} dx \leq \frac{\pi}{4}.$$

Abgabetermin: Donnerstag, 17. Mai vor der Vorlesung. Bitte geben Sie stets die Nummer Ihrer Übungsgruppe an.