

Übungen zur Vorlesung
Elementare Zahlentheorie — SS 2002
Blatt 10

Abgabe: Dienstag, 02.07.02, 9.00 Uhr, vor der Vorlesung

Aufgabe 1.

Es sei p_n die n -te Primzahl. Man gebe Konstanten $c > 0$ und $c' > 0$ an, so daß

$$cn \log n < p_n < c'n \log n$$

gilt.

Aufgabe 2.

Man beweise: Es gibt keine natürlichen Zahlen n, k und m , für welche

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \cdots + \frac{1}{n+k} = m$$

ist.

Aufgabe 3.

- Bestimmen Sie die letzten beiden Ziffern der Dezimaldarstellung von 7^{1000} .
- Zeigen Sie: Jede gerade vollkommene Zahl endet entweder mit der Ziffer 6 oder mit der Ziffer 8.

Aufgabe 4.

Es seien $g, m \in \mathbb{N}$, $g \geq 2$, $\text{ggT}(g, m) = \text{ggT}(g-1, m) = 1$
Zeigen Sie:

- Für $k \in \mathbb{N}$ gilt

$$1 + g + g^2 + \cdots + g^{k\varphi(m)-1} \equiv 0 \pmod{m}.$$

- Jede Primzahl $p \notin \{2, 5\}$ teilt unendlich viele Dezimalzahlen der Form $1, 11, 111, 1111, \dots$