

Übungen zur Vorlesung
Funktionentheorie
SS 2004

Blatt 1

Abgabe: Donnerstag, den 29.04.2004, vor der Vorlesung

Aufgabe 1.

Sei $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$. Berechnen Sie

- (a) die Summe aller n -ten Einheitswurzeln,
- (b) das Produkt aller n -ten Einheitswurzeln.

Aufgabe 2.

- (a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil, den Betrag und Argument der folgenden komplexen Zahlen:

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3, \quad (1+i\sqrt{5})^8, \quad \sum_{n=0}^7 \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^n.$$

- (b) Zeigen Sie, daß für alle $a, b \in \mathbb{C}$ mit $|a| < 1$, $|b| < 1$ die folgende Ungleichung gilt:

$$\left|\frac{a-b}{1-\bar{a}b}\right| < 1.$$

Aufgabe 3.

Zeigen Sie: Die reellen Matrizen der Form $\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$ bilden unter der üblichen Addition und Multiplikation einen Körper, der zu \mathbb{C} isomorph ist.

Aufgabe 4*.

Für einen Körper K heißt ein Körperisomorphismus $\varphi : K \rightarrow K$ auch ein *Körperautomorphismus*. Bestimmen Sie

- (a) alle Körperautomorphismen von \mathbb{R} ,
- (b) alle stetigen Körperautomorphismen von \mathbb{C} .