

Übungen zur Vorlesung
Differentialgleichungen für Mikrosystemtechniker
WS 2006/07
Blatt 10

Abgabe: Dienstag, 16.1.2007, vor der Vorlesung

Aufgabe 19. (Wronski-Determinante)

Betrachten Sie das DGL-System:

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 1/t & -1 & 0 \\ 1/t^2 & 2/t & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(t) \end{pmatrix} y(t)$$

für $t > 0$.

(a) Rechnen Sie nach, daß

$$y^1(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ -t \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y^2(t) = \begin{pmatrix} -t^2 \ln(t) \\ t + t \ln(t) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \exp(\cos(t)) \end{pmatrix}$$

Lösungen sind.

(b) Beweisen Sie mit Hilfe der Wronski-Determinante, daß $\{y^1, y^2, y^3\}$ ein Fundamentalsystem ist.

(c) Lösen Sie das AWP mit dem Anfangswert $y(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \exp(\cos(1)) \end{pmatrix}$.

Aufgabe 20. (Reduktionsverfahren von d'Alembert)

Betrachten Sie das DGL-System:

$$y' = \begin{pmatrix} \frac{x+1}{x-1} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} y$$

für $x > 1$.

(a) Zeigen Sie, daß $\xi(t) = \begin{pmatrix} x-1 \\ -x \end{pmatrix}$ eine Lösung ist.

(b) Berechnen Sie mit dem Reduktionsverfahren von d'Alembert eine weitere Lösung.

(c) Lösen Sie das AWP mit dem Anfangswert $y(2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.