

Übungen zur Vorlesung  
**Differentialgleichungen für Mikrosystemtechniker**  
WS 2006/07  
**Blatt 10**

Abgabe: Dienstag, 16.1.2007, vor der Vorlesung

**Aufgabe 19.** (Wronski-Determinante)

Betrachten Sie das DGL-System:

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 1/t & -1 & 0 \\ 1/t^2 & 2/t & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(t) \end{pmatrix} y(t)$$

für  $t > 0$ .

(a) Rechnen Sie nach, daß

$$y^1(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ -t \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y^2(t) = \begin{pmatrix} -t^2 \ln(t) \\ t + t \ln(t) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \exp(\cos(t)) \end{pmatrix}$$

Lösungen sind.

(b) Beweisen Sie mit Hilfe der Wronski-Determinante, daß  $\{y^1, y^2, y^3\}$  ein Fundamentalsystem ist.

(c) Lösen Sie das AWP mit dem Anfangswert  $y(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \exp(\cos(1)) \end{pmatrix}$ .

**Aufgabe 20.** (Reduktionsverfahren von d'Alembert)

Betrachten Sie das DGL-System:

$$y' = \begin{pmatrix} \frac{x+1}{x-1} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} y$$

für  $x > 1$ .

(a) Zeigen Sie, daß  $\xi(t) = \begin{pmatrix} x-1 \\ -x \end{pmatrix}$  eine Lösung ist.

(b) Berechnen Sie mit dem Reduktionsverfahren von d'Alembert eine weitere Lösung.

(c) Lösen Sie das AWP mit dem Anfangswert  $y(2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .