

Übungen zur Vorlesung

Differentialgleichungen für Mikrosystemtechniker

WS 2006/07

Blatt 12

Abgabe: Dienstag, 30.1.2007, vor der Vorlesung

Aufgabe 23. (Systeme mit konstanten Koeffizienten)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie ein Fundamentalsystem der Gleichung $y' = Ay$.

(b) Berechnen Sie ein reelles Fundamentalsystem der Gleichung $y' = By$.

(Tip: Machen Sie den Exponentialansatz aus der Vorlesung mit *komplexen* Konstanten und bilden Sie aus den so erhaltenen komplexen Lösungen reelle Linearkombinationen.)

Aufgabe 24. (gedämpfter Oszillator)

Ein Körper der Masse $m = 1$ pendele an einer Feder mit der Federkonstante k . Zusätzlich wirkt der Bewegung noch eine Reibungskraft entgegen, die proportional zur Geschwindigkeit sei (Proportionalitätskonstante 2β).

(a) Stellen Sie die Differentialgleichung für die Auslenkung der Masse auf und wandeln Sie die Gleichung in ein System erster Ordnung um (vgl. Aufgabe 16).

(b) Bestimmen Sie für jeden der drei Fälle $k < \beta^2$, $k > \beta^2$ und $k = \beta^2$ ein Fundamentalsystem.

(Tip: Benutzen Sie im Fall $k = \beta^2$ neben dem Exponentialansatz noch den Ansatz $y = cx \exp(\lambda x)$ mit $c \in \mathbb{R}^2$ und dem Eigenwert λ der Systemmatrix.)