

Übungen zur Vorlesung
Differentialgleichungen für Mikrosystemtechniker
WS 2006/07
Blatt 5

Abgabe: Dienstag, 28.11.2006, vor der Vorlesung

Aufgabe 9. (exakte Differentialgleichungen)

(a) Lösen Sie das folgende AWP *explizit*, bestimmen Sie das maximale Lösungsintervall und die Asymptotik der Lösung an den Intervallgrenzen:

$$2tuu' + 1 + u^2 = 0, \quad u(2) = 3.$$

(b) Lösen Sie das folgende AWP *implizit*:

$$\exp(y) + y \cos(xy) + (x \exp(y) + x \cos(xy))y' = 0, \quad y(1) = 0.$$

Betrachten Sie nun die Asymptotik einer möglicherweise existierenden Lösung $y(x)$ für $x \rightarrow 0, \infty$. Können Sie auf diese Art Rückschlüsse auf das Lösungsintervall von y ziehen, *obwohl* Sie y explizit gar nicht kennen?

Aufgabe 10. (Euler-Multiplikatoren)

Betrachten Sie das folgende AWP: $y + 2xy' = 0$, $y(1) = 1$.

(a) Rechnen Sie nach, daß die Gleichung nicht exakt ist.

(b) Multiplizieren Sie die Gleichung mit y und prüfen Sie wieder auf Exaktheit. Lösen Sie das AWP gegebenenfalls.

(c) Man nennt eine solche Funktion $M(x, y)$ einen *Euler-Multiplikator*, wenn sie eine nicht exakte DGL

$$P(x, y) + Q(x, y)y' = 0$$

zu einer exakten DGL

$$M(x, y)P(x, y) + M(x, y)Q(x, y)y' = 0$$

macht. Leiten Sie aus dem Exaktheitskriterium aus der Vorlesung eine Gleichung für $M(x, y)$ her, so daß M ein Euler-Multiplikator wird.

Leiten Sie für einen Multiplikator $M(y)$ der nur von y abhängt die einfachere Gleichung: $M_y/M = (Q_x - P_y)/P$ her.

(d) Betrachten Sie nun die nicht exakte DGL

$$(xy^2 - y^3) + (1 - xy^2)y' = 0.$$

Berechnen Sie einen Multiplikator $M(y)$ und lösen Sie damit die Gleichung in impliziter Form.