Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Mathematik
Abteilung für Reine Mathematik
Prof. Dr. D. Wolke
Dipl.-Math. S. Feiler

1: Mo 16-18, SR 318	2: Di 11-13, SR 119	3: Di 11-13, SR 125
Christian Marquardt	Jonas Unger	Michael Gutmann
4: Di 11-13, SR 112	5: Di 16-18, SR 119	6: Di 16-18, SR 125
Stefan Fischer	Kai Siebold	Arno Pauly
7: Do 11-13, SR 127	8: Do 16-18, SR 414	9: Fr 11-13, HS II
Sarah Marzi	Bianca Straub	Elisabeth Wursthorn
10: Fr 11-13, SR 414	11: Fr 12-14, SR 218	Fragestunde: Do 09-11
Nicolas Ketterer	Christian Marquardt	Simon Feiler, SR 414

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Ingenieure und Informatiker I

Wintersemester 2007 / 2008

Übungsblatt Nummer 11

21. Januar 2008

Abgabe am Montag, den 28.01.2008 vor der Vorlesung
Bitte die Lösungen mit Name, Matrikelnummer, Übungsnummer und Name des Tutors versehen.

Aufgabe 31

a) Berechnen Sie - falls möglich - $\int\limits_0^2 \frac{1}{1-e^{-x}}dx$! Beweisen Sie anderenfalls die Divergenz!

Tipp: Erweitern Sie den Bruch im Integranden mit der Exponentialfunktion!

b) Berechnen Sie - falls möglich - $\int\limits_e^\infty \frac{1}{y\cdot\sqrt[3]{\ln(y)}^5}dy$! Beweisen Sie anderenfalls die Divergenz!

c) Sei $f : \left\{ \begin{array}{rcl} \left\{t \in \left[-\frac{1}{2};2\right] : 4\cdot t^2+4\cdot t-3 \neq 0\right\} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & f(x) := \dfrac{8\cdot x+4}{\sqrt{|4\cdot x^2+4\cdot x-3|}} \end{array} \right\}.$

Berechnen Sie den Flächeninhalt, den der Graph von f mit der x-Achse und der Geraden $\{(x \mid y) \in \mathbb{R}^2 : x = 2\}$ einschließt!

Bemerkung: Der Flächeninhalt kann auch unendlich groß sein.

Aufgabe 32

Untersuchen Sie die folgenden Reihen bezüglich ihres Konvergenzverhaltens!

a) $\sum\limits_{k=0}^\infty \frac{k^2+2\cdot k}{2\cdot k^2-3\cdot k+4}$

b) $\sum\limits_{\ell=2}^\infty \left(\frac{3\cdot\ell}{2\cdot(\ell+1)}\right)^{-1}$

c) $\sum\limits_{m=2}^\infty (-1)^m\cdot\frac{1}{\ln(m)}$

d) $\sum\limits_{n=0}^\infty \frac{n^{100}}{100^n}$

bitte wenden

Aufgabe 33

a) Untersuchen Sie $\sum\limits_{p=1}^{\infty} \frac{\arctan(p)}{p^2}$ auf Konvergenz!

b) Untersuchen Sie $\sum\limits_{q=1}^{\infty} \frac{2+\sin(q)}{q}$ auf Konvergenz!

Zusätzlich zu den in der Vorlesung vorgestellten Konvergenzkriterien für Reihen gibt es noch das folgende

Integralkriterium

Seien $a \in \mathbb{Z}$, $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall mit $[a;\infty) \subseteq I$ und $f : \left\{ \begin{array}{ccc} I & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & f(x) \end{array} \right\}$.
f sei auf $[a;\infty)$ monoton fallend mit $f(x) \geq 0$ für alle $x \in [a;\infty)$ oder monoton steigend mit $f(x) \leq 0$ für alle $x \in [a;\infty)$

Dann haben $\sum\limits_{n=a}^{\infty} f(n)$ und $\int\limits_a^{\infty} f(x)dx$ dasselbe Konvergenzverhalten.

c) Es ist $\left\{ \begin{array}{ccc} \left[\ln\left(\sqrt{2}+1\right);\infty\right) & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{\sinh(x)}{(\cosh(x))^2} \end{array} \right\}$ monoton fallend.

Untersuchen Sie $\sum\limits_{r=1}^{\infty} \frac{\sinh(r)}{(\cosh(r))^2}$ auf Konvergenz!