Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Mathematisches Institut
Abteilung für Reine Mathematik
Prof. Dr. D. Wolke
Dipl.-Math. S. Feiler

I: Mo, 14-16 Uhr, SR 414	II: Di, 11-13 Uhr, SR 218
Nicolas Ketterer, Math. Inst.	Katja Reiser, Math. Inst.
III: Di, 16-18 Uhr, SR 01-009/13	IV: Di, 16-18 Uhr, SR 00-014
Julia Riegger, Gebäude 101	Jonas Unger, Gebäude 078
V: Mi, 14-16 Uhr, SR 00-010/14	Fragestunde: Do, ab 11 Uhr
Elisabeth Wursthorn, Geb. 101	Simon Feiler, Hörsaal II

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Studierende des Ingenieurwesens II

Sommersemester 2008

Übungsblatt Nummer 14

28. April 2008 bis 30. April 2008

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 40

Seien $\mathcal{B} := \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & 6 \\ -1 & 1 & -5 \\ 5 & -6 & -9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 3}$, $\vec{c} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$ und $\vec{d} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.

a) Stellen Sie fest, ob das zur erweiterten Koeffizientenmatrix $(\mathcal{B}\,|\,\vec{c})$ gehörende lineare Gleichungssystem lösbar ist!

Geben Sie im Falle der Lösbarkeit alle Lösungen an!

b) Bilden Sie eine Matrix $\mathcal{C} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, indem Sie die letzte Zeile von $\mathcal{B}$ streichen!

Stellen Sie fest, ob das zur erweiterten Koeffizientenmatrix $\left(\mathcal{C}\,\middle|\,\vec{d}\right)$ gehörende lineare Gleichungssystem lösbar ist!

Geben Sie im Falle der Lösbarkeit alle Lösungen an!

c) Wie können Sie $\vec{c}$ zu $\vec{e} \in \mathbb{R}^4$ verändern, um die Frage nach der Lösbarkeit des zur erweiterten Koeffizientenmatrix $(\mathcal{B}\,|\,\vec{e})$ gehörenden Gleichungsystems anders zu beantworten als die nach der Lösbarkeit des zur erweiterten Koeffizientenmatrix $(\mathcal{B}\,|\,\vec{c})$ gehörenden Gleichungsystems aus Aufgabenteil a)?

bitte wenden

Aufgabe 41

Stellen Sie fest, ob die folgenden Vektoren in dem jeweiligen Vektorraum linear unabhängig sind!

Geben Sie jeweils eine Basis des Vektorraumes an, die möglichst viele der angegebenen Vektoren enthält.

a) $\vec{a} := \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$, $\vec{b} := \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$, $\vec{c} := \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$ und $\vec{d} := \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$.

b) $\vec{p} := \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$, $\vec{q} := \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ und $\vec{r} := \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$.

c) $\vec{s} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$, $\vec{t} := \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$, $\vec{u} := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$ und $\vec{v} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$.

Aufgabe 42*

Die Menge $\mathbb{R}\,[x]_{\leq 3} := \{a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d |\, a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$ der Polynome mit Koeffizienten in $\mathbb{R}$, die einen Grad von höchstens drei haben, kann mit der gewöhnlichen Addition und skalaren Multiplikation als ein Vektorraum über $\mathbb{R}$ angesehen werden.

In diesem Vektorraum sind die Vektoren gerade die Polynome über $\mathbb{R}$ vom Grad höchstens drei. Die Dimension dieses Vektorraumes ist 4 (Größtmöglicher Grad +1).

a) Geben Sie eine Basis des Vektorraums $\mathcal{P}_{\leq 3} := \left(\mathbb{R}\,[x]_{\leq 3}\,, +, \cdot\right)$ an!

b) Die Menge $\mathcal{M} := \{10; x^3 - x^2 + 4; x^3 + x; x^2 + 2 \cdot x + 1\}$ ist eine Basis von $\mathcal{P}_{\leq 3}$.

c) Geben Sie die „Vektoren“ aus Ihrer in a) gefundenen Basis als Linearkombination der „Vektoren“ aus $\mathcal{M}$ an!

Geben Sie die „Vektoren“ aus $\mathcal{M}$ als Linearkombination der „Vektoren“ aus Ihrer in a) gefundenen Basis an!