Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Mathematisches Institut
Abteilung für Reine Mathematik
Prof. Dr. D. Wolke
Dipl.-Math. S. Feiler

I: Mo, 14-16 Uhr, SR 414	II: Di, 11-13 Uhr, SR 218
Nicolas Ketterer, Math. Inst.	Katja Reiser, Math. Inst.
III: Di, 16-18 Uhr, SR 01-009/13	IV: Di, 16-18 Uhr, SR 00-014
Julia Riegger, Gebäude 101	Jonas Unger, Gebäude 078
V: Mi, 14-16 Uhr, SR 00-010/14	Fragestunde: Do, 16-18 Uhr
Elisabeth Wursthorn, Geb. 101	Simon Feiler, SR 00-014 (078)

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Studierende des Ingenieurwesens II

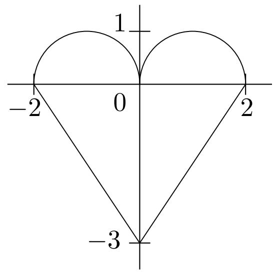
Sommersemester 2008

Übungsblatt Nummer 22

24. Juni 2008

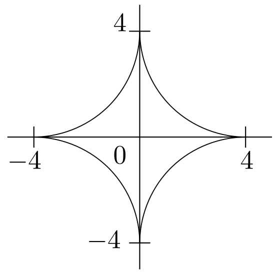
Abgabe am Dienstag, den 31.06.2008 vor der Vorlesung
Bitte die Lösungen mit Name, Matrikelnummer, Übungsnummer und Name des Tutors versehen.

Aufgabe 64



Sei H die rechts dargestellte Teilmenge des $\mathbb{R}^2$.
Zeigen Sie, dass es zwei Normalbereiche in x–Richtung $H_{1,x} \subseteq \mathbb{R}^2$ und $H_{2,x} \subseteq \mathbb{R}^2$ mit $H = H_{1,x} \cup H_{2,x}$ gibt!
Zeigen Sie, dass es drei Normalbereiche in y–Richtung $H_{1,y} \subseteq \mathbb{R}^2$, $H_{2,y} \subseteq \mathbb{R}^2$ und $H_{3,y} \subseteq \mathbb{R}^3$ mit $H = H_{1,y} \cup H_{2,y} \cup H_{3,y}$ gibt!
Bestimmen Sie rechnerisch den Schwerpunkt von H!
Bemerkung: Bei der Berechnung der x–Koordinate des Schwerpunktes empfiehlt sich in einem Integral die Substitution „$u = -x$“!
H selbst ist ein Normalbereich in x–Richtung, jedoch kein Normalbereich in y–Richtung.
Die Berechnung von $\int\limits_H 1 \,\mathrm{d}\,(x, y)$ dürfen Sie geometrisch begründen.

Aufgabe 65



Sei K die rechts dargestellte Teilmenge des $\mathbb{R}^2$.
Die Begrenzungslinien sind gestauchte Normalparabeln, die ihren Scheitelpunkt auf der x–Achse haben.
Zeigen Sie, dass es zwei in x–Richtung projezierbare Mengen $K_{1,x} \subseteq \mathbb{R}^2$ und $K_{2,x} \subseteq \mathbb{R}^2$ mit $K = K_{1,x} \cup K_{2,x}$ gibt!
Zeigen Sie, dass es zwei in y–Richtung projezierbare Mengen $K_{1,y} \subseteq \mathbb{R}^2$ und $K_{2,y} \subseteq \mathbb{R}^2$ mit $K = K_{1,y} \cup K_{2,y}$ gibt!
Bestimmen Sie $\int\limits_K (x + y + 4) \,\mathrm{d}\,(x, y)$!
Bemerkung: K selbst ist auch in x– und in y–Richtung projezierbar.

bitte wenden

Aufgabe 66
Seien $h \in \mathbb{R}$ mit $h > 0$, $R \in \mathbb{R}$ mit $R > 0$ und

$$K := \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \middle|\, 0 \leq z \leq h \text{ und } x^2 + y^2 \leq \frac{z^2 \cdot R^2}{h^2} \right\}.$$

Bestimmen Sie rechnerisch den Schwerpunkt des auf der Spitze stehenden Kegels K der Höhe h und des Radius' R!
Bemerkung: Verwenden Sie Zylinderkoordinaten!