Mathematisches Institut
Abteilung für Reine Mathematik
Dr. W. Schuster

03.05.2005

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler II — SS 2005

Blatt 3

Aufgabe 1.
Bestimmen Sie die inverse Matrix A^{-1} der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Lösen Sie die Gleichung $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$ nach $\boldsymbol{x}$ auf. (4 Punkte)

Aufgabe 2.
Berechnen Sie die Eigenwerte und zugehörige Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

(2 Punkte)

Aufgabe 3.
Untersuchen Sie die zeitliche Entwicklung einer Population mit zwei Altersgruppen, wenn der Übergang zwischen den Zustandsvektoren durch die Gleichung $\boldsymbol{y} = A\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^2$, mit der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

beschrieben wird und $\boldsymbol{x} = (100, 100)$ der Anfangszustand ist. (5 Punkte)

Aufgabe 4.
Welche Fertilitätsraten a, b der Übergangmatrix

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad a, b > 0,$$

führen zum Aussterben der zugehörigen Population. Geben Sie ein Beispiel an.
(4 Punkte)