Mathematisches Institut
Abteilung für Reine Mathematik
Dr. W. Schuster

16.06.2005

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler II — SS 2005

Blatt 7

Aufgabe 1.

Gegeben sei die Differentialgleichung $y' = \dfrac{-x}{y}$

a) Skizzieren Sie das Richtungsfeld und „erraten“ Sie die Lösungsgesamtheit. (3 Punkte)

b) Lösen Sie die Differentialgleichung unter der Zusatzbedingung $y(0) = 1$ durch Rechnung. (4 Punkte)

Aufgabe 2.

Lösen Sie die Differentialgleichung $f'(x) = xf(x)$ unter der Anfangsbedingung $f(0) = 1$

a) mit Hilfe eines Potenzreihensatzes

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k\, x^k,$$

indem Sie die Koeffizienten a_k bestimmen. (3 Punkte)

b) auf direktem Wege. (4 Punkte)

Aufgabe 3.

Radium 226 besitzt eine Halbwertzeit von 1620 Jahren. Bestimmen Sie den Zeitraum, nach dem eine gegebene Menge dieses Materials auf drei Viertel seiner ursprünglichen Größe reduziert ist. (4 Punkte)

Aufgabe 4.

Eine logistisch wachsende Population in einer Umwelt mit der Kapazität $K = 100$ hat zur Zeit $t = 0$ die Größe $x_0 = 10$. Zu welchem Zeitpunkt hat die Population 90% ihrer maximalen Größe erreicht, wenn die Wachstumsgeschwindigkeit im Zeitpunkt $t = 0$ gleich 1 ist? (4 Punkte)