

Übungen zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler I — WS 2006/07

Blatt 7

Aufgabe 1.

Auf einer Insel leben Pinguine. Pro Jahr bringt ein Pinguin im Durchschnitt einen jungen Pinguin hervor. Im Laufe eines Jahres kommt jeder vierte Pinguin ums Leben. Wie groß wäre unter diesen Voraussetzungen die Population nach zehn Jahren, wenn ihre Anfangsgröße 50 Individuen beträgt? (3 Punkte)

Aufgabe 2.

Eine Population X mit der maximalen Größe 1000 und der Gleichgewichtslage 600 zeige logistisches Wachstumsverhalten. Es sei $X_0 = 20$. Berechnen Sie X_1 bis X_{10} (Taschenrechner). – Ist die Gleichgewichtslage stabil?

(4 Punkte)

Aufgabe 3.

Zeigen Sie, daß das geometrische Mittel \sqrt{ab} zweier Zahlen $0 \leq a, b$ immer kleiner oder gleich dem arithmetischen Mittel $\frac{1}{2}(a + b)$ ist. Wann liegt Gleichheit vor?

(2 Punkte)

Aufgabe 4.

Berechnen Sie den Grenzwert nachstehender Zahlenfolgen für $n \rightarrow \infty$:

a) $x_n = \left(2 + \frac{3}{n}\right) \left(4 - \frac{100}{n}\right)$ (2 Punkte)

b) $x_n = \left(1 - \frac{3}{n}\right) / \left(\frac{1}{n} - 3\right)$ (2 Punkte)

c) $x_n = \frac{an^2 + 400n}{bn^2 - 400}, b \neq 0$ (2 Punkte)

d) $x_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$ (3 Punkte)