Abteilung für mathematische Logik
Prof. Dr. Amador Martin-Pizarro
Übungen: Dr. Zaniar Ghadernezhad

Modelltheorie

Wintersemester 2017/18
Übungsblatt 8 **Abgabe:** 19. 12. 2017

Aufgabe 1. (4 Punkte)

1. Zeige, dass die Theorie des Zufallsgraphes (siehe Aufgabe 1 vom Blatt 3) nicht total transzendent ist.

2. Ist die Theorie von abzählbar vielen Zufallsprädikaten (siehe Aufgabe 4 vom Blatt 1, bzw. Aufgabe 4 vom Blatt 6) total transzendent?

Aufgabe 2. (8 Punkte)
In der Sprache $\mathcal{L} = \{E\}$, wobei E ein 2-stelliges Relationszeichen ist, sei T die $\mathcal{L}$-Theorie, deren Modelle genau alle $\mathcal{L}$-Strukturen $\mathcal{A}$ derart sind, dass die Äquivalenzrelation $E^{\mathcal{A}}$ das Universum in unendlich vielen unendlichen Klassen zerlegt.

1. Zeige, dass T Quantorenelimination hat und vollständig ist.

2. Zeige mit Hilfe des Satzes von Ryll-Nardzweski, dass T $\aleph_0$-kategorisch ist.

3. Ist T κ-kategorisch für irgendein $\kappa > \aleph_0$?

4. Zeige, dass T total transzendent ist.

Aufgabe 3. (8 Punkte)
Sei $\mathcal{L}$ die Sprache, welche aus einem einstelligen Funktionszeichen f besteht. Betrachte die Klasse $\mathcal{K}$ von $\mathcal{L}$-Strukturen $\mathcal{A}$ derart, die Abbildung $f^{\mathcal{A}}$ eine Bijektion von A ohne Zykeln ist (siehe Aufgabe 4 im Blatt 3).

1. Zeige, dass die Theorie T der Klasse $\mathcal{K}$ axiomatisierbar und vollständig mit Quantorenelimination ist.

2. Hat T ein Primmodell? Falls ja, beschreibe es.

3. Fur jede Kardinalzahl $\kappa \geq \aleph_0$, wie sehen κ-saturierte Modelle von T aus?

4. Ist die Theorie $\aleph_0$-kategorisch? und κ-kategorisch, für $\kappa > \aleph_0$?