

### Aufgabe 1

Sei  $\alpha : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}^3$  eine reguläre Kurve und  $a \in \mathbb{R}^3$  ein fester Vektor. Wir definieren die Röhrenfläche  $X : (0, 1) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  durch  $X(t, s) = \alpha(t) + sa$ .

Berechnen Sie  $E$ ,  $F$  und  $G$  der ersten Fundamentalform von  $X$ . Wann gilt  $E = G \equiv 1$  und  $F = 0$ ?

### Aufgabe 2

Zeigen Sie: Unter allen  $C^1$ -Kurven ist eine Gerade im  $\mathbb{R}^3$  die kürzeste Verbindung zwischen je zwei ihrer Punkte.

*Anleitung:* Zerlegen Sie die Tangentialvektoren der Vergleichskurven in einen Anteil parallel zu der Geraden und einen Anteil orthogonal zu der Geraden.