
Aufgabe 1
Sei $\alpha : I \to \mathbb{R}^3$ eine reguläre Raumkurve und $t \in I$ so, dass $\alpha'(t), \alpha''(t)$ linear unabhängig sind. Es seien

$$\frac{\alpha'(t)}{|\alpha'(t)|} = T(t),\ \frac{T'(t)}{|T'(t)|} = N(t),\ T(t) \times N(t) = B(t).$$

(a) Zeigen Sie: $(T(t), N(t))$ ist eine ONB von $\{\rho\alpha'(t) + \sigma\alpha''(t) : (\rho, \sigma) \in \mathbb{R}^2\}$ mit derselben Orientierung wie $(\alpha'(t), \alpha''(t))$.

(b) Sei $\alpha : I \to \mathbb{R}^3$ nun nach Bogenlänge parametrisiert und $t \in I$, sodass $\alpha''(t) \neq 0$. Sei $\tau(t)$ die Windung von α in t. Zeigen Sie: $|\tau(t)| = |B'(t)|$.

(c) Sei α wie in (b) und sei $\alpha(I) \subset \mathbb{R}^2 \times \{0\}$. Zeigen Sie: $\kappa_{Raum} = |\kappa_{Ebene}|$ und $\tau = 0$.