

**Aufgabe 1** (4 Punkte)

Bestimmen Sie Die Asymptotenlinien der durch folgende Gleichungen gegebenen Flächen:

- (a)  $z = xy$  (hyperbolischer Paraboloid),
- (b)  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$  (einschaliger Rotationshyperboloid).

*Hinweis:* Die Asymptotenlinien auf der Fläche sind Geraden. Vergleichen Sie mit Anwesenheitsaufgabe 2.

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

Die Parameterlinien eines regulären Flächenstücks  $X(u, v)$  bilden ein *Tschebyscheff-Netz*, wenn in jedem von ihnen gebildeteten (krummlinigen) Viereck gegenüberliegende Seiten gleich lang sind. Zeigen Sie:

- (a) Eine notwendige und hinreichende Bedingung für ein Tschebyscheff-Netz ist

$$\frac{\partial E}{\partial v} = \frac{\partial G}{\partial u} = 0.$$

- (b) Wenn die Parameterlinien von  $X$  ein Tschebyscheff-Netz bilden, dann gibt es eine Umparametrisierung, so dass in der neuen Parametrisierung die Parameterlinien die gleichen sind und für die Koeffizienten der ersten Fundamentalform gilt:

$$E \equiv 1, F(u, v) = \cos \theta(u, v), G \equiv 1,$$

wobei  $\theta(u, v)$  der Winkel zwischen den Parameterlinien ist.

**Aufgabe 3**

Sei  $\alpha \in C^2([0, b], \mathbb{R}^3)$  eine nach Bogenlänge parametrisiert reguläre Kurve. Dann heißt  $X : [0, b] \times \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $X(s, t) = \alpha(s) + t\alpha'(s)$  Tangentfläche.

Basteln Sie aus Papier eine Tangentfläche, indem Sie zunächst zwei Blätter Papier aufeinanderlegen und dann beide Blätter zusammen entlang einer konvexen Kurve (mit Entpunkten auf dem Rand der Blätter) in je zwei Teile schneiden. Kleben Sie nun die beiden konkaven Teile entlang der Schnittkurve zusammen.

Sie können jetzt die Schnittkurve zu einer Kurve mit  $\tau \neq 0$  (Torsion) verbiegen und dabei die beiden Bögen Papier voneinander trennen. Überlegen Sie sich, dass Sie so ein Modell für die Tangentfläche der Schnittkurve erhalten und zeichnen Sie die Tangentengeraden in ihr Modell ein.

*Freiwillige Abgabe am Montag, 15. Juli 2024, vor oder nach der Vorlesung beim Dozenten. Bitte schreiben Sie Ihre Übungsgruppe oder den Name Ihres Tutors auf jedes Blatt.*