

SOMMERSEMESTER 2024
GEWÖHNLICHE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN
SERIE NR. 05

Abgabedatum: Freitag, 14. Juni 2024, 16.00 Uhr
Bitte kontaktiert uns bei Fragen oder Schwierigkeiten!

1. LINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN HÖHERER ORDNUNG (10 PUNKTE)

Lernziel: Lösung von linearen Differentialgleichungen höherer Ordnung

- (1) Für die gesuchte Funktion $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ betrachten wir

$$x^{(4)} - 10x^{(3)} + 35\ddot{x} - 50\dot{x} + 24x = 0.$$

- (2) Für die gesuchte Funktion $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ betrachten wir

$$y^{(4)} - y = 0.$$

Finden sie bitte den reellen Lösungsraum der obigen linearen gewöhnlichen Differentialgleichungen, indem sie die folgenden Schritte ausführen:

- (1) Finden sie bitte das zugeordnete charakteristische Polynom.
- (2) Finden sie die Nullstellen des charakteristischen Polynomes.
Hinweis: Falls alle Koeffizienten eines Polynom ganze Zahlen sind, so sind die Teiler des konstanten Terms Kandidaten für die Nullstellen. Verwenden sie dann Polynomdivision, um die Ordnung des Polynoms zu reduzieren.
- (3) Verwenden sie die Ergebnisse der Vorlesung, um den komplexen und reellen Lösungsraum aufzuschreiben.

2. INHOMOGENE LINEARE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN (10 PUNKTE)

Lernziel: Lösung einer inhomogenen linearen Differentialgleichung mit Variation der Konstanten

Definiere $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch $g(t) = \exp(3t)$. Wir betrachten für die gesuchte Funktion $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) - 6\dot{x}(t) + 10x(t) = g(t) \\ x(0) = 1 \text{ and } \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$$

Bitte beantworten sie die folgenden Fragen:

- (1) Bitte klassifizieren sie die obige gewöhnliche Differentialgleichung.
- (2) Finden sie bitte den Lösungsraum der dazugehörigen homogenen Differentialgleichung.
- (3) Bitte lösen sie das homogene Anfangswertproblem (i.e. das Anfangswertproblem mit $g = 0$).
- (4) Bitte lösen sie das Anfangswertproblem.