Übungsaufgaben zur Vorlesung
DG II
Prof. Dr. G. Wang
Dr. X. Zhang

SS2025, Serie 11
14.7.25

Aufgabe 1 Coarea formula (4 Punkte)

Let $N^{k-1} \subset \mathbb{S}^{n-1}$ be a submanifold and $C(N)$ the cone over N. Prove that N is a minimal submanifolds if and only if $C(N)$ is a minimal submanifold in $\mathbb{R}^n$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Let $C(N)$ the cone over $N^{k-1} \subset \mathbb{S}^{n-1}$. Compute

$$\frac{Vol(C(N) \cap B_r)}{r^k}$$

in terms of $Vol(N)$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Consider $h = \frac{2}{|x|}$ on $\mathbb{R}^3/\{0\}$. Prove the sphere $\{|x| = r\}$ is a stable μ-bubble w.r.t. h.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Compute the first and the second variation of a μ-bubble. Given $h \in C^1(M)$. For $\Omega \subset (M^{n+1}, g)$ an open set with smooth boundary $\Sigma = \partial\Omega$, set

$$\mu(\Omega) = Area(\Sigma) - \int_\Omega h.$$

Let $F_t : \Sigma \to M$ be a variation with $\Sigma_t = F_t(\Sigma)$ and

$$\frac{d}{dt} F_t = f_t \nu_t,$$

where ν_t is the outwards pointing unit normal to Ω_t along Σ_t.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen, die Matrikelnummer sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. **Abgabe ist am Montag, 21.7.25, vor der Vorlesung**.