

Aufgabe 1 (*Eine exotische Vektorraumstruktur*)

Sei $V = \mathbb{R}^+$ (also die Menge der positiven reellen Zahlen).

Wir definieren eine Vektoraddition durch $x \oplus y = xy$ für $x, y \in V$ und eine Skalarmultiplikation durch $\lambda \circ x = x^\lambda$ für $x \in V$ und $\lambda \in \mathbb{R}$.

Zeigen Sie, dass V mit den Verknüpfungen $\oplus$ und $\circ$ ein $\mathbb{R}$ -Vektorraum ist.

Aufgabe 2 (*Kürzungseigenschaft für Summen von Vektorräumen*)

Sei V ein $\mathbb{R}$ -Vektorraum, und seien $W_1, W_2, W_3 \subset V$ Untervektorräume. Bitte beweisen oder widerlegen sie die folgenden Aussagen:

1. Falls $W_1 + W_2 = W_3 + W_2$ (Summe von Vektorräumen) gilt, so folgt $W_1 = W_3$.
2. Falls $W_1 \oplus W_2 = W_3 \oplus W_2$ (direkte Summe von Vektorräumen) gilt, so folgt $W_1 = W_3$.

Abgabe auf ILIAS am Dienstag, 29. April, 19.00 Uhr.