Übungsaufgaben zur Analysis I — WS 25/26, Serie 1
Ernst Kuwert und Xuwen Zhang — 15. Oktober 2025

Aufgabe 1 *(Logisches Schließen)*
Verneinen Sie (möglichst einfach) folgende Aussagen:

a) Zu jedem Vorschlag gibt es jemanden, der den Vorschlag kritisiert.
b) Jede Regel hat eine Ausnahme.
c) Es gibt Häuser, in denen nicht alle Wohnungen fließendes Wasser haben.

Warum ist die Aussage b) in sich widersprüchlich?

Aufgabe 2 (*Bruchrechnung*)
Leiten Sie aus den Körperaxiomen für $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $c, d \neq 0$ her:

(1) $\dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{d} = \dfrac{ad + bc}{cd}$

(2) $\dfrac{a}{c} \cdot \dfrac{b}{d} = \dfrac{ab}{cd}$

(3) $\dfrac{a/c}{b/d} = \dfrac{ad}{bc}$, *falls zusätzlich* $b \neq 0$.

[Für Aufgabe 2 sollen die Aussagen von Satz 1.2 im Skript 19/20 benutzt werden (diese werden am Dienstag 21.10. gezeigt und sind auch aus der Schule geläufig)]

Aufgabe 3 *(Links- und Rechtsinverse)*
Sei $f : A \to B$ eine Abbildung. Begründen Sie:

(1) f ist genau dann **in**jektiv, wenn es eine **lin**ksinverse Abbildung $g : B \to A$ gibt, das heißt $g \circ f = \mathrm{id}_A$.

(2) f ist genau dann su**r**jektiv, wenn es eine **r**echtsinverse Abbildung $g : B \to A$ gibt, das heißt $f \circ g = \mathrm{id}_B$.

Aufgabe 4 *(injektiv - surjektiv)*
Untersuchen Sie auf Injektivität und Surjektivität:

(1) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ f(n) = 2n - 1$.

(2) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}_0,\ f(k) = \begin{cases} k & \text{für } k \geq 0, \\ -k & \text{für } k < 0. \end{cases}$

(3) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N},\ f(k) = \begin{cases} 2k+1 & \text{für } k \geq 0, \\ -2k & \text{für } k < 0. \end{cases}$

Abgabe Donnerstag 23.10.2025 bis 11:00