Ernst Kuwert, Xuwen Zhang
9. Januar 2026

Aufgabe 1 *(zur Definition der Ableitung)*
Sei $g : (-1, 1) \to \mathbb{R}$ beschränkt und differenzierbar auf $(-1, 1)\backslash\{0\}$. Zeigen Sie, dass die Funktion $f : (-1, 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2\, g(x)$, auf $(-1, 1)$ differenzierbar ist und berechnen Sie die Ableitung.

Aufgabe 2 *(Gerade und ungerade Funktionen)*
Sei $I = (-a, a) \subset \mathbb{R}$. Eine Funktion $f : I \to \mathbb{R}$ heißt gerade (bzw. ungerade), wenn

$$f(-x) = f(x) \quad \text{(bzw. } f(-x) = -f(x)) \quad \text{für alle } x \in I.$$

Sei f differenzierbar. Zeigen Sie: Ist f gerade (bzw. ungerade), so ist f' ungerade (bzw. gerade). Gelten auch die Umkehrungen?

Aufgabe 3 (*Extremwertaufgabe*)
Ein durstiger Wanderer steht am Ufer eines Flusses der Breite b. An der anderen Uferseite genau gegenüber ist ein Wirtshaus. Der Fluss fließt mit Geschwindigkeit u, der Wanderer schwimmt mit Geschwindigkeit v und läuft mit Geschwindigkeit w. Wie kommt er am schnellsten zum Wirthaus?
Hinweis. Die Bahn des Schwimmers ergibt sich durch Superposition seiner Bewegung (Geschwindigkeit v) und der Strömung des Flusses (Gschwindigkeit u).

Aufgabe 4 (*Kreditberechnung*)
Es soll ein Kredit berechnet werden mit kontinuierlicher Verzinsung und Tilgung. Die finanzielle Belastung B pro Zeiteinheit und der Zinssatz p sollen konstant sein. Der Kontostand sei $S(t)$, wobei $S(0) = S_0$ die Kreditsumme ist. Leiten Sie analog zur Vorlesung aus einem diskreten Ansatz ein Anfangswertproblem her.

Abgabe bis Donnerstag 15.1.2026 um 11:00