Übungsaufgaben zur Analysis I — WS 25/26, Serie 3

Ernst Kuwert, Xuwen Zhang — 29. Oktober 2025

Aufgabe 1 (*eine Summe*)

Beweisen Sie für $n \in \mathbb{N}$ ohne Induktion:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Aufgabe 2 (*der etwas größere Gauß*)

Zeigen Sie die Summenformel

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Aufgabe 3 (*Zahl aller Teilmengen*)

Wieviele Teilmengen, inklusive der leeren Menge, hat eine Menge mit n Elementen (mit Beweis)?

Aufgabe 4 *(Grenzwerte)*

Entscheiden Sie anhand der Definition des Grenzwerts, ob die Folgen konvergieren:

(a) $a_n = \dfrac{1}{n^2}$

(b) $b_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$

(c) $c_n = (-1)^n/n$

Verwenden Sie: $\sqrt{n}$ ist die Zahl $x > 0$ mit $x^2 = n$.

Abgabe bis Donnerstag 6.11. um 11:00