

Aufgabe 1 (*Dichtheit von $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$*)

Zeigen Sie, dass die irrationalen Zahlen dicht in \mathbb{R} sind, das heißt in jedem nichtleeren, offenen Intervall $(a, b) \subset \mathbb{R}$ gibt es ein $x \notin \mathbb{Q}$.

Aufgabe 2 (*Grenzwert einer rekursiven Folge*)

Betrachten Sie die durch $x_1 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 + a$ rekursiv definierte Folge, wobei $a \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass die Folge für $a \in [0, 1/4]$ konvergiert und berechnen Sie den Grenzwert.

Aufgabe 3 (*Eindeutigkeit der Dezimaldarstellung*)

Wann konvergieren zwei unendliche Dezimalbrüche $k_0, k_1 k_2 \dots$ und $m_0, m_1 m_2 \dots$ gegen dieselbe reelle Zahl?

Aufgabe 4 (*Dezimaldarstellung rationaler Zahlen*)

Zeigen Sie, dass die Dezimaldarstellung einer reellen Zahl genau dann abbricht oder periodisch wird, wenn sie rational ist.

Abgabe bis Donnerstag 20.11. um 11:00