Aufgabe 1 (*Euklidische Norm versus Koordinaten*)
Zeigen Sie: eine Folge $x_k \in \mathbb{R}^n$ ist genau dann beschränkt (Cauchyfolge), wenn für alle $i = 1, \ldots, n$ die Koordinatenfolgen $((x_k)_i)_{k\in\mathbb{N}}$ beschränkt (Cauchyfolgen) sind.

Aufgabe 2 (*Dichte Teilmengen und Stetigkeit*)
Seien $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig mit $f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbb{Q}$. Zeigen Sie $f = g$, also $f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3 *(eine sprunghafte Funktion)*
An welchen Stellen $x \in \mathbb{R}$ ist folgende Funktion stetig:

$$f : [0,1] \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} 1/q & \text{für } x = p/q \text{ mit } p \in \mathbb{Z},\ \text{und } q \in \mathbb{N} \text{ minimal} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe 4 (*Lipschitz-Funktionen*)
Untersuchen Sie ob folgende Funktionen Lipschitzstetig sind:

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x/(x^2 + 1)$.

(b) $f : [0, \infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{x}$.

(c) $f : (0, \infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = 1/x$.

Abgabe bis Donnerstag 11.12. um 11:00