Aufgabe 1 (*Das Lebesguemaß eines Parallelepipeds*)
Das von den Vektoren $v_1, \ldots, v_n \in \mathbb{R}^n$ erzeugte Parallelepiped ist die Menge

$$S = \Big\{ \sum_{i=1}^{n} \theta_i v_i : 0 \leq \theta_i \leq 1 \quad \forall i = 1, ..., n \Big\}.$$

Zeigen Sie dass S messbar bzgl. $\mathcal{L}^n$ ist, und berechnen Sie $\mathcal{L}^n(S)$.

Aufgabe 2 (*Einschränkung von Radonmaßen*)
Sei μ ein Radonmaß auf $\mathbb{R}^n$ und $E \subset \mathbb{R}^n$ sei messbar (eventuell $\mu(E) = \infty$). Zeigen Sie, dass $\mu \llcorner E$ ein Radonmaß ist.

Aufgabe 3 (*Durchmesser und $\mathcal{H}^1$-Maß*)

(a) Sei $C \subset \mathbb{R}^n$ zusammenhängend. Zeigen Sie für jede Überdeckung $C \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} E_i$ mit belieibigen Mengen $E_1, E_2, ... \subset \mathbb{R}^n$ gilt

$$\operatorname{diam}(C) \leq \sum_{i=1}^{\infty} \operatorname{diam}(E_i).$$

(b) Folgern Sie (siehe Aufgabe 3, Blatt 2, für die Definition des $\mathcal{H}^1_\delta$-Maßes)

$$\mathcal{H}^1_\delta(C) \geq \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{diam}(C).$$

(c) Zeigen Sie: die Menge $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$ ist nicht $\mathcal{H}^1_\delta$-messbar für $\delta > 0$, aber sie ist $\mathcal{H}^1$-messbar.

Abgabe: Di 24.11.2020 12 Uhr im ILIAS-Portal Ihres Tutorats.