

Aufgabe 1 (*Beispiel zum Satz über implizite Funktionen*)

- (a) Man zeige, dass die Gleichung $x^3 + y^2 - 2xy = 0$ nahe des Punkt $(1, 1)$ eindeutig nach x auflösbar ist, und die so erhaltene Funktion $x = g(y)$ nahe $y = 1$ stetig differenzierbar. Berechnen Sie $g'(1)$.
- (b) Zeigen Sie, dass g nahe $y = 1$ zweimal stetig differenzierbar ist und berechnen Sie $g''(1)$.
- (c) Kann man die Gleichung nahe $(1, 1)$ auch (eindeutig) differenzierbar nach y auflösen?

Aufgabe 2 (*Extremwerte*)

Bestimmen Sie alle Minima und Maxima der Funktion

$$f(x, y) = 4x^2 - 3xy$$

auf der Kreisscheibe $D^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$. (*Hinweis: Man betrachte zuerst den Fall $x^2 + y^2 < 1$ und danach den Fall unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 1$*)