**Aufgabe 1** *(Ebene Wellen)*
Zeigen Sie, dass für $f, g \in C^2(\mathbb{R})$, $c > 0$ und $k \in \mathbb{R}^n$ mit $c^2 = |k|^2$ die Funktion

$$u : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ u(x,t) = f(\langle k, x\rangle - ct) + g(\langle k, x\rangle + ct)$$

eine Lösung der Wellengleichung $\partial_t^2 u = \Delta u$ ist.

**Aufgabe 2** *(Differentialoperatoren im $\mathbb{R}^3$)*
Die Differentialoperatoren $\operatorname{grad}, \operatorname{rot}, \operatorname{div}$ sind im $\mathbb{R}^3$ folgt definiert:

$$\begin{aligned}
\operatorname{grad} f &= (\partial_1 f, \partial_2 f, \partial_3 f),\\
\operatorname{rot} X &= (\partial_2 X_3 - \partial_3 X_2, \partial_3 X_1 - \partial_1 X_3, \partial_1 X_2 - \partial_2 X_1),\\
\operatorname{div} X &= \partial_1 X_1 + \partial_2 X_2 + \partial_3 X_3.
\end{aligned}$$

Zeigen Sie für $f \in C^2(\Omega)$ und $X \in C^2(\Omega, \mathbb{R}^3)$

$$\operatorname{rot} \operatorname{grad} f = 0 \quad \text{und} \quad \operatorname{div} \operatorname{rot} X = 0.$$