

Aufgabe 1 (*Schwerpunkt*)

Seien $a_1, \dots, a_k \in \mathbb{R}^n$ und $m_1, \dots, m_k > 0$. Berechnen Sie den Gradienten der Funktion

$$f(x) = \sum_{i=1}^k m_i |x - a_i|^2 \quad (x \in \mathbb{R}^n).$$

Zeigen Sie, dass es genau ein $x \in \mathbb{R}^n$ gibt mit $f(x) = \inf_{y \in \mathbb{R}^n} f(y)$.

Aufgabe 2 (*Gradientenfluss*)

Lösen Sie für beliebige $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} x' &= \lambda x & x(0) &= x_0 \\ y' &= \mu y & y(0) &= y_0. \end{aligned}$$

Skizzieren Sie den Verlauf der Lösungskurven $\{(x(t), y(t)) : 0 \leq t < \infty\}$ und diskutieren Sie ihn im Zusammenhang mit der Funktion

$$f(x, y) = \frac{1}{2}(\lambda x^2 + \mu y^2).$$