

Aufgabe 1 (*Kettenlinie*)

Berechnen Sie die Bogenlänge des Graphen der Funktion

$$f : [-b, b] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a \cosh \frac{x}{a}, \quad \text{wobei } a > 0.$$

Aufgabe 2 (*Gradientenfelder*)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Vektorfelder Gradientenfelder sind. Wenn ja, geben Sie alle Stammfunktionen an.

(1) $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, F(x, y) = (xy, x^2/2).$

(2) $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, F(x, y) = (y, 0).$

Aufgabe 3 (*Polarwinkel auf \mathbb{R}^2*)

Geben Sie auf den Halbebenen $x > 0, y > 0, x < 0$ und $y < 0$ explizit eine Stammfunktion φ des Winkelvektorfeldes W an, wobei

$$W(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right) \quad \text{für } (x, y) \neq (0, 0).$$