
Aufgabe 1 *(Rechnen mit 1-Formen)*
Seien α, β 1-Formen und f eine Funktion auf Ω. Definieren Sie $\alpha + \beta$ sowie $f\alpha$, und geben Sie die Koordinatendarstellungen dieser 1-Formen an. Seien α, β geschlossen, unter welchen Voraussetzungen sind dann $\alpha + \beta$ bzw. $f\alpha$ geschlossen?

Aufgabe 2 *(Polarkoordinaten)*
Sei $\phi : (0, \infty) \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ die Polarkoordinatenabbildung:

$$\phi(r, \theta) = (r \cos \theta, r \sin \theta).$$

Berechnen Sie $\phi^*\omega$ für eine beliebige 1-Form $\omega = a\,dx + b\,dy$.

Aufgabe 3 *(einfacher Zusammenhang)*
Zeigen Sie:

- $\mathbb{R}^2 \backslash \{0\}$ ist nicht einfach zusammenhängend.
- $\mathbb{S}^{n-1} \backslash \{e_n\}$ ist einfach zusammenhängend für alle $n \geq 2$.
- $\mathbb{R}^n \backslash \{0\}$ ist einfach zusammenhängend für $n \geq 3$.