

Aufgabe 1 (*Rechnen mit 1-Formen*)

Seien $f, h : \Omega \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ C^1 -Funktionen. Bestimmen Sie die 1-Formen $d(g \circ f)$, $d(f \cdot h)$ und $d(f + h)$. Es soll dabei $df = \sum_{k=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_k} dx_k$ benutzt werden. Berechnen Sie explizit die 1-Formen $d(e^f)$ und df^k für $k \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2 (*Komplexe Differentiationsregeln*)

Sei $\Omega \subset \mathbb{C}$. Die Funktionen $f, g : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ seien komplex differenzierbar. Zeigen Sie

(a) $(\alpha f + \beta g)' = \alpha f' + \beta g'$ für $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

(b) $(fg)' = f'g + fg'$.

Aufgabe 3 (*einfacher Zusammenhang*)

Untersuchen Sie folgende Mengen auf einfachen Zusammenhang:

- $\mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, z) : z \in \mathbb{R}\}$
- $\mathbb{R}^2 \setminus G(f) = \mathbb{R}^2 \setminus \{(x, f(x)) : x \geq 0\}$, wobei $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion ist.