**Aufgabe 1** *(Normen auf $\mathbb{R}^n$)*
Für $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ betrachten wir

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i|, \quad \|x\|_2 = \Big(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\Big)^{1/2}, \quad \|x\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|.$$

Weisen Sie jeweils die Positivität, Halblinearität und Dreiecksungleichung nach (vgl. Satz 5.4). Zeigen Sie die Ungleichungen

$$\|x\|_\infty \leq \|x\|_2 \leq \|x\|_1,$$

und machen Sie eine Skizze mit den drei *Einheitskugeln* $\{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\|_{1,2,\infty} < 1\}$.

**Aufgabe 2** *(Rechnen mit komplexen Zahlen)*

(1) Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\frac{1}{1+i}, \quad \frac{1-i}{1+i}, \quad \frac{2-i}{2-3i}, \quad \frac{1}{(3-i)^2}, \quad \frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}, \quad \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3,$$

$$(i-1)(3-i), \quad i^n \; (n \in \mathbb{Z}), \quad (1+i)^n \; (n \in \mathbb{Z}).$$

(2) Bestimmen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung $z^6 = 1$ und fertigen Sie eine Zeichnung an.

**Aufgabe 3** *(Offen-abgeschlossene Mengen in $\mathbb{R}$)*
Zeigen Sie, dass $\emptyset$ und $\mathbb{R}$ die einzigen Teilmengen $A$ von $\mathbb{R}$ sind, die sowohl offen als auch abgeschlossen sind.

*Bitte schreiben Sie Ihren Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Donnerstag, 12.12.2019 bis 11:00.*