

Aufgabe 1 (*Konvergenzkriterien für Reihen*)

Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergieren die folgenden Reihen?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n! z^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} z^n.$$

Aufgabe 2 (*Dichte Teilmengen und Stetigkeit*)

Seien $f, g \in C^0(\mathbb{R})$ mit $f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbb{Q}$. Zeigen Sie $f = g$, also $f(x) = g(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3 (*Charakterisierung der Stetigkeit*)

Sei $D \subset \mathbb{R}$ offen. Zeigen Sie, dass folgende Eigenschaften einer Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ äquivalent sind:

- (a) f ist stetig.
- (b) Für jede offene Menge $U \subset \mathbb{R}$ ist auch $f^{-1}(U)$ offen.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Donnerstag, 9.1.2020 bis 11:00.

Wir wünschen Ihnen ein frohes Weihnachtsfest und
einen guten Rutsch!