Übungsaufgaben zur Vorlesung
Elementare DG — SS 2020, Serie 07
Prof. Dr. G. Wang — 22.6.2020
Dr. A. DelaTorre

Aufgabe 1 (*Das Katenoid oder die Kettenfläche*) (4 Punkte)

Eine Drehfläche mit $r(t) = a\cosh\left(\frac{t+b}{a}\right)$ $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$, ist ein Katenoid oder eine Kettenfläche. Zeigen Sie, dass eine Drehfläche genau dann Minimalfläche ist, wenn sie eine Kettenfläche ist.

Aufgabe 2 (*Die Drehfläche und die Röhrenfläche*) (4 Punkte)

a) Sei S die Drehfläche zur Traktix. vgl. Aufgabe 3. Serie 01. Finden Sie eine Parametrisierung von S und zeigen Sie, dass diese Fläche konstante Gauß-Krümmung $K = -1$ hat. (Diese Fläche heißt die Pseudosphäre.)

b) Sei c eine nach Bogenlänge parametrisierte Raumkurve. Zeigen Sie, dass für jede Röhrenfläche S um c gilt $\int_S K dA = 0$.

Aufgabe 3 (*Die Parallelfläche*) (4 Punkte)

Für ein Flächenstück $F : U \to V \subset \mathbb{R}^3$ sei die Parallelfläche im Abstand ϵ erklärt durch

$$F_\epsilon(u^1, u^2) := F(u^1, u^2) + \epsilon \cdot N(u^1, u^2),$$

wobei N die Einheitsnormale ist. Man überlege, für welche ϵ dies eine reguläre Fläche definiert und zeige

(a) Die Hauptkrümmungen von F_ϵ und F verhalten sich wie $\kappa_i^\epsilon = \kappa_i/(1 - \epsilon\kappa_i)$.

(b) Falls F konstante mittlere Krümmung $H \neq 0$ besitzt, so hat F_ϵ konstante Gauß-Krümmung für $\epsilon = \frac{1}{2H}$.

Aufgabe 4 (*Reguräle Kurve und Fläche*) (4* Punkte)

Die Aufgabe 1 a) in Serie 05 hat ein Problem: die Definition der regulären Kurve passt nicht mit der Definition regulärer Fläche nicht zusammen.
a) Geben Sie eine Definition der regulären Kurve, so dass Aufgabe 1 a) in Serie 05 sinnvoll ist.
b) Geben Sie ein Beispiel, in dem eine Kurve ist reguläre Kurve, aber nicht regulär gemäß der neuen Definition.

---

*Beachten Sie, dass * Bonuspunkte bedeutet.*

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen, die Matrikelnummer sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. **Abgabe ist am Montag, 29.6.2020 vor 12:00**.