

Aufgabe 1 (Der kritische Exponent)

Sei $p < n$ und $p^* := \frac{np}{n-p}$. Geben Sie eine beschränkte Folge $(u_k) \subset W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$ an, die nicht in $L^{p^*}(\mathbb{R}^n)$ konvergiert.

Aufgabe 2 (Der Raum $W^{1,\infty}(\mathbb{R}^n)$)

Es sei $C^{0,1}(\mathbb{R}^n)$ der Raum der beschränkten Lipschitz Funktionen auf \mathbb{R}^n . Zeigen Sie $C^{0,1}(\mathbb{R}^n) = W^{1,\infty}(\mathbb{R}^n)$.

Hinweis: Gegebenes $u \in W^{1,\infty}$ glätten und Arzelà-Ascoli nutzen. Gegebene Lipschitz Funktion u glätten und Differenzenquotienten betrachten. Für diese dann schwach Konvergenz in L^2 ausnutzen.