

Bemerkung: Am 26.05 ist Feiertag und keine Übung. Daher ist Abgabe bis zur Übung am 02.06.

Aufgabe 1 (Der Dualraum von L^1)

Zeigen Sie, dass die Einbettung $L^\infty(\mathbb{R}^n) \hookrightarrow (L^1(\mathbb{R}^n))'$ isometrisch und surjektiv ist.

Aufgabe 2 (Schwache Konvergenz)

Sei $f_n : (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) := \cos(nx)$. Zeigen Sie: $f_n \rightharpoonup 0$ schwach aber nicht stark in $L^2((0, 2\pi))$.

Aufgabe 3 (Schwach-*-Konvergenz)

Sei $\varphi_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $\varphi_n(x) := n\chi_{[0, \frac{1}{n}]}$ und $X := C^0([0, 1])$ mit Supremumsnorm. X ist Banach. Zeigen Sie:

(a) $L^1([0, 1]) \hookrightarrow X'$ mit $\|\varphi\|_{X'} \leq \|\varphi\|_{L^1}$.

(b) $\varphi_n \rightarrow \delta_0$ schwach * in X' wobei $\delta_0(f) := f(0)$.