

Aufgabe 1 (Überdeckungssatz von Vitali, endliche Version)

Sei (X, d) metrischer Raum und \mathcal{F} eine endliche Familie von abgeschlossenen Bällen mit positivem Durchmesser. Zeigen Sie: Es existiert eine paarweise disjunkte Teilfamilie $\mathcal{G} \subset \mathcal{F}$ mit

$$\bigcup_{B \in \mathcal{F}} B \subset \bigcup_{B' \in \mathcal{G}} \hat{B}',$$

wobei \hat{B} den konzentrischen, abgeschlossenen Ball mit dreifachem Radius bezeichnet. Zeigen Sie genauer: Für alle $B \in \mathcal{F}$ existiert ein $B' \in \mathcal{G}$ mit $B \subset \hat{B}'$.

Abgabe Mittwoch, 10. Mai 2023