Aufgabe 1 (zum Satz von Radon-Nikodym)
Zeigen Sie dass der Satz auch ohne die Bedingung $\mu(\mathbb{R}^n),\ \nu(\mathbb{R}^n) < \infty$ gilt.

Aufgabe 2
Zeigen Sie, daß jede monoton wachsende Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in $\mathcal{L}^1$-fast allen Punkten differenzierbar ist.

Aufgabe 3
Zeigen Sie: jede monoton wachsende Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist in $\mathcal{L}^1$-fast allen Punkten differenzierbar mit $f' \in \mathrm{L}^1_{loc}(\mathbb{R})$. Weiter gilt für $x < y$ die Darstellung

$$f(y-) = f(x-) + \int_x^y f'(t)\,dt + \nu_s([x,y)),$$

wobei $f(x-) := \lim_{t\uparrow x} f(t)$ bzw. $f(x+) := \lim_{t\downarrow x} f(t)$ die einseitigen Grenzwerte sind, und ν_s ein zu $\mathcal{L}^1$ singuläres Radonmaß.
Hinweis: Definieren Sie ein Radonmaß ν mit $\nu((x,y]) = f(y+) - f(x+)$ und wenden Sie darauf und auf $\mathcal{L}^1$ den Derivationssatz für Radonmaße/Radon-Nikodym an.

Abgabe Mittwoch, 18. Mai 2023