

Aufgabe 1 (approximativer Tangentialraum)

Sei $M \subset \mathbb{R}^m$ eine n -dimensionale Untermannigfaltigkeit der Klasse C^1 . Zeigen Sie: $\mu = \mathcal{H}^n \llcorner M$ hat in $x \in M$ den approximativen Tangentialraum $T_x M$ mit Vielfachheit $\theta = 1$. Dabei ist $T_x M$ der klassische Tangentialraum. Verallgemeinern Sie auf das Bild einer n -dimensionalen Immersion $f : U \rightarrow \mathbb{R}^m$.

Aufgabe 2 (Transformationsformel)

Sei μ äußeres Maß auf X , $f : X \rightarrow Y$ und $\theta : Y \rightarrow [0, \infty]$. Zeigen Sie: ist $\theta \circ f$ μ -messbar, so ist θ messbar bezüglich $f(\mu)$ und es gilt

$$\int \theta d(f(\mu)) = \int \theta \circ f d\mu.$$

Folgern Sie die Formel

$$\int \theta(y) d\mu_{x,\lambda}(y) = \lambda^{-n} \int \theta\left(\frac{z-x}{\lambda}\right) d\mu(z).$$