Übungen zur Vorlesung "Gewöhnliche Differentialgleichungen"

PD Dr. Julian Scheuer WS 2018/19
Blatt 6 29. November 2018

Aufgabe 6.1

Sei $J \subset \mathbb{R}$ ein offenes Intervall und

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + b(t)$$

eine sogenannte *inhomogen lineare Differentialgleichung* mit $A \in C^0(J, \mathbb{K}^{n\times n})$ und $b \in C^0(J, \mathbb{K}^n)$. Beweisen Sie, dass jede maximale Integralkurve in ganz J definiert ist.

Aufgabe 6.2

Sei $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ lokal Lipschitz-stetig und nehme an, es existieren $c, \epsilon > 0$ mit

$$\langle f(x), x\rangle \geq c\|x\|^{2+\epsilon} \quad \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

Sei $x = x(t)$ eine Integralkurve von bzgl. des Tripels $(f, 0, x_0)$ mit $x_0 \neq 0$ und maximalem Definitionsinterval $I = (a, b)$. Beweisen Sie, dass b dann a priori beschränkt ist, d.h.

$$b \leq \mathrm{const}(x_0, c, \epsilon).$$

Die Abgabe Ihrer Lösungen ist freiwillig und hat keinen Einfluss auf die Klausurzulassung.
Wir empfehlen trotzdem dringend, die Aufgaben zu bearbeiten. Sie dürfen Ihre Lösungen abgeben und diese werden korrigiert. Die Lösungen werden in der Übung besprochen.
Mindestens eine der beiden Aufgaben hat Klausurniveau, nur zu Ihrer Orientierung.
Abgabe: 06.12. in der Vorlesung.