

Übungen zur Vorlesung “Gewöhnliche Differentialgleichungen”

PD Dr. Julian Scheuer
Blatt 12

WS 2018/19
24. Januar 2019

Aufgabe 12.1 (Dynamische Systeme)

Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen und $f \in C^k(\Omega, \mathbb{R}^n)$, $k \geq 1$. Sei \tilde{x} der globale Fluss von f . Beweisen Sie, dass die Abbildung

$$x(t, \xi) = \tilde{x}(t, 0, \xi)$$

auf der Menge

$$\mathcal{D}_0(f) = \{(t, \xi) \in \mathbb{R} \times \Omega : (t, 0, \xi) \in \mathcal{D}(f)\}$$

ein dynamisches System der Klasse C^k definiert.

Aufgabe 12.2 (Differenzierbare Abhängigkeit von Anfangswerten)

Seien $k, n, m \in \mathbb{N}$, J ein offenes Intervall, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen, $E \subset \mathbb{R}^m$ offen und $f \in C^k(J \times \Omega \times E, \mathbb{R}^n)$. Beweisen Sie

$$x \in C^k(\mathcal{D}(f), \mathbb{R}^n).$$

Hinweis: Sie dürfen den Fall $k = 1$ als bekannt voraussetzen.

Aufgabe 12.3 (Mäuse im Quadrat)

Vier Mäuse werden in den vier Ecken eines Quadrats platziert, sodass jede Maus die im Uhrzeigersinn folgende Ecke im Blick hat. Da ein hinterlistiger Forscher jeder Maus ein Stück Käse auf den Rücken gebunden hat, läuft jede Maus zu jeder Zeit auf die Maus zu, die sie zu Beginn im Blick hat, und zwar mit Geschwindigkeit gleich dem Abstand zu dieser Maus.

Bestimmen Sie die von den Mäusen durchlaufenen Kurven und den Zeitpunkt des Zusammentreffens. Berechnen Sie die zurückgelegten Wege und skizzieren Sie das Phasenportrait.

Die Abgabe Ihrer Lösungen ist freiwillig und hat keinen Einfluss auf die Klausurzulassung. Wir empfehlen trotzdem dringend, die Aufgaben zu bearbeiten. Sie dürfen Ihre Lösungen abgeben und diese werden korrigiert. Die Lösungen werden in der Übung besprochen. Mindestens eine der drei Aufgaben hat Klausurniveau, nur zu Ihrer Orientierung. Abgabe: 31.01. in der Vorlesung.