
Aufgabe 1

Sei $u \in W^{1,2}(B_R(x_0), \mathbb{R}^m)$ schwache Lösung der Gleichung $Lu = \phi$, wobei

$$(Lu)_j = -\partial_\beta(A_{ij}^{\alpha\beta}\partial_\alpha u^i) - \partial_\beta(B_{ij}^{\beta} u^i) + C_{ij}u^i.$$

Welche Gleichung erfüllt $u_{x_0,R} \in W^{1,2}(B_1(0), \mathbb{R}^m)$, $u_{x_0,R}(y) = u(x_0 + Ry)$?

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass eine n-dimensionale C^1-Untermannigfaltigkeit $M \subset \mathbb{R}^{n+k}$ eine (abstrakte) C^1-Mannigfaltigkeit ist.

Aufgabe 3 (Der Raum $\mathbb{R}P^n$)

Die Menge aller Ursprungsgeraden im $\mathbb{R}^{n+1}$ heißt $\mathbb{R}P^n$ (reell projektiver Raum der Dimension n). Für $x \in \mathbb{R}^{n+1} \backslash \{0\}$ sei $[x]$ die Ursprungsgerade durch x, und

$$U_i = \{[x] \in \mathbb{R}P^n : x_i \neq 0\},$$

$$\varphi_i : U_i \to \mathbb{R}^n, \varphi_i([x]) = \frac{1}{x_i}(x_1, \ldots, \hat{x}_i, \ldots, x_{n+1}).$$

Das Dach bedeutet, dass dieser Eintrag weggelassen wird. Zeigen Sie dass $\mathbb{R}P^n$ eine topologische Mannigfaltigkeit ist. Im einzelnen:

(1) Es gibt auf $\mathbb{R}P^n$ genau eine Topologie, so dass die U_i offen und die φ_i homeomorph sind (Satz 1.1 verwenden).

(2) Diese Topologie hat abzählbare Basis.

(3) Die Topologie ist Hausdorffsch.

Abgabe am Dienstag, 14.11.2017