Partielle Differentialgleichungen
Ernst Kuwert
Julian Scheuer

WS 17/18, Serie 6
21. November 2017

Aufgabe 1 *(Das Tangentialbündel von $\mathbb{S}^n$)*
Vervollständigen Sie den in der Vorlesung gegebenen Beweis, dass $T\mathbb{S}^n$ ein Vektorbündel ist.

Aufgabe 2 *(Das Möbiusband)*
Betrachten Sie auf $\hat{M} := \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ die folgende Äquivalenzrelation

$$(x,s) \sim (y,t) \quad \Leftrightarrow \quad x - y = 2k\pi, \text{ für } k \in \mathbb{Z} \quad \text{und} \quad t = (-1)^k s\,.$$

- Zeigen Sie (mittels Satz 1.1 der Vorlesung), dass der Quotient $M := \hat{M} \backslash \sim$ die Struktur einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit besitzt,
- mit der M ein eindimensionales Vektorbündel auf $\mathbb{S}^1$ ist
- und sodass M kein triviales Vektorbündel ist.

Aufgabe 3 *(Konvergenz in Vektorbündeln)*
Sei $\pi : V \to M$ ein Vektorbündel vom Rang k, und $v \in \pi^{-1}(U)$ für eine Trivialisierung $\phi : \pi^{-1}(U) \to U \times \mathbb{R}^k$. Zeigen Sie: eine Folge $v_\ell \in V$ konvergiert genau dann gegen v, wenn $v_\ell \in \pi^{-1}(U)$ für $\ell > \ell_0$ und

$$\phi(v_\ell) \to \phi(v) \quad \text{ in } U \times \mathbb{R}^k.$$

Abgabe am Dienstag, 28.11.2017